Calcul

Les compétences énoncées dans ce domaine n'ont d'intérêt que si elles peuvent être utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes.
Les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité. En effet, le calcul mental réfléchi est l'occasion de rencontrer diverses façons d'effectuer un même calcul et d'avoir à justifier celle qui a été choisie, ce qui peut donner lieu à des premières activités de preuve. Le recours à des jeux numériques fournit un cadre propice à la pratique du calcul mental.
Le calcul réfléchi ne se limite pas toujours à un calcul mental. Il peut s'appuyer sur des traces écrites qui, de plus, rendent compte des différentes étapes utilisées et, donc, du raisonnement mis en œuvre.
Le calcul posé ne doit pas faire l'objet d'une recherche de virtuosité excessive. Il doit être abordé principalement dans l'optique de favoriser la compréhension des propriétés qui interviennent dans chaque technique opératoire.
Les élèves doivent être capables d'utiliser une calculatrice, lorsque son usage est pertinent, par exemple, dans un problème où les calculs ne peuvent pas être traités mentalement. Le calcul mental offre alors des moyens de contrôler le résultat proposé par la calculatrice et de déceler d'éventuelles fautes de frappe, de mauvais choix de nombres… Certains aspects du fonctionnement des calculatrices sont étudiés, les élèves pouvant alors construire un mode d'emploi du modèle de calculatrice qu'ils utilisent.
Certaines limitations précisées ci-après n'interdisent pas que, dans des problèmes, les élèves soient amenés à trouver des résultats qui se situent en dehors des compétences énoncées. Ainsi, le fait que le produit de deux décimaux ne soit pas au programme n'exclut-il pas que les élèves aient, par exemple, à calculer le prix de 2,5 kg de gruyère à 10,20 euros le kg : ils peuvent, soit considérer que 2,5 kg, c'est la moitié de 5 kg, soit que c'est 2 kg et 1/2 kg, ce qui leur permet de répondre sans poser la multiplication de 10,20 par 2,5.

Résultats mémorisés, procédures automatisées

Compétences	Commentaires
– Connaître les tables d'addition (de 1 à 9) et de multiplication (de 2 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence ou un complément, un produit ou un quotient entier.	Les mots *somme, différence* ou *écart, complément, produit, quotient, reste, multiple* font partie du vocabulaire à acquérir au cycle 3. Une bonne connaissance des tables suppose la capacité à fournir instantanément un résultat qui y figure ou un résultat dérivé. Ainsi, connaître $7 \times 8 = 56$, c'est être capable aussi bien de compléter $7 \times 8 = \ldots$ que $7 \times \ldots = 56$ ou $\ldots \times \ldots = 56$ (sachant qu'il y a d'autres décompositions que celles fournies par les tables) ou encore de dire combien il y a de fois 7 dans 56. C'est aussi savoir que 58 n'est ni un multiple de 8, ni un multiple de 7, mais que, par exemple, il est situé entre deux multiples de 8 (7×8 et 8×8). C'est également être capable de trouver très rapidement combien il y a de fois 8 dans 58. Les nombres inférieurs à 100 qui sont égaux au produit d'un nombre par lui-même sont mis en évidence, ce qui prépare la notion de racine

	carrée étudiée au collège (par exemple : 49 = 7 × 7). De même, on s'attache à reconnaître les nombres qui sont double, triple ou quadruple d'un autre nombre (en particulier pour les nombres inférieurs à 50).
– Additionner ou soustraire mentalement des dizaines entières (nombres inférieurs à 100) ou des centaines entières (nombres inférieurs à 1000). **– Connaître le complément à la dizaine supérieure pour tout nombre inférieur à 100.** **– Connaître le complément à l'entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.** **– Multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1000.**	Toutes les compétences énumérées ci-contre sont indispensables pour développer des stratégies de calcul mental réfléchi.
– Calculer des sommes et des différences de nombres entiers ou décimaux, par un calcul écrit en ligne ou en colonnes. **– Calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul posé.** **– Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres), par un calcul posé.**	Les compétences relatives aux techniques opératoires sont inséparables de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une bonne aptitude à organiser ses calculs, sans nécessairement toujours utiliser le procédé le plus court. La technique de l'addition a été travaillée au cycle 2. Pour chacune des autres opérations (soustraction, multiplication et division euclidienne), une technique doit être mise en place au cycle 3, en s'attachant en priorité à assurer la compréhension de son fonctionnement. En particulier, les erreurs de calcul relatives à ces techniques sont examinées en référence à la justification des différentes étapes du calcul. On se limite à des calculs qui peuvent effectivement être rencontrés dans l'usage courant. Ces limitations relatives à la taille des nombres ne concernent évidemment pas les calculs du type 2 455 × 10 ou 12,563 × 100… Le calcul de divisions (quotient entier et reste) doit être limité à des cas raisonnables : dividende ayant au plus quatre chiffres, avec pose effective des soustractions intermédiaires et possibilité de poser des produits partiels annexes pour déterminer certains chiffres du quotient. L'algorithme de la division sera repris dans le programme de 6e et prolongé au cas du quotient décimal. Le calcul d'un quotient décimal issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier n'est donc pas une compétence exigible au cycle 3. Mais, des situations où les élèves sont conduits à chercher ce type de résultat par des procédures personnelles doivent être proposées. Par exemple, s'il s'agit de partager équitablement 203 euros entre 5 personnes, les procédures suivantes peuvent être utilisées : – convertir les 203 euros en 20 300 centimes, puis effectuer la division ; – donner 40 euros à chacun, puis convertir les 3 euros restants en 300 centimes pour terminer le partage ; – poser la division de 203 par 5, puis convertir le reste (3 unités) en 30 dixièmes pour poursuivre le calcul. Dans tous les cas, on reste au niveau d'un calcul réfléchi explicite, sans viser la mise en place d'un automatisme. La calculatrice peut également être utilisée lorsque, par exemple, le calcul de la division de 203 par 5 a été reconnu comme pertinent, l'attention des élèves devant être attirée sur l'interprétation du résultat affiché, notamment sur les chiffres significatifs de la partie décimale.

	Pour la division euclidienne, il n'existe pas de signe conventionnel pour le quotient entier. Pour rendre compte complètement du calcul (quotient entier et reste), l'égalité caractéristique de la division est utilisée : 37 = (5 × 7) + 2 (en soulignant que le reste est inférieur au diviseur). Dans le cas où le résultat obtenu est le quotient exact, le symbole « : » est licite : 15 : 3 = 5 ou 37 : 5 = 7,4. Mais l'écriture 2 : 3 = 0,666 est erronée. Il est en revanche possible d'écrire : 1 : 3 ≈ 0,666. On évitera d'utiliser des écritures du type 37 : 5 = 7 (reste 2).

Calcul réfléchi

Compétences	Commentaires
	L'expression « calcul réfléchi » recouvre à la fois des calculs dont le traitement est purement mental et des calculs effectués en s'appuyant sur des traces écrites.
– Organiser et effectuer mentalement ou avec l'aide de l'écrit, sur des nombres entiers, un calcul additif, soustractif, multiplicatif en s'appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Exemples de calculs : 15 × 11 = 165 car 15 × 11 = (15 × 10) + 15 ; 15 × 19 = 300 – 15 = 285 car 15 × 19 = (15 × 20) – 15 ; 15 × 19 = 19 × 15 = 190 + 95 = 285, car le calcul de 19 × 15 peut être décomposé en celui de 19 × 10 et de 19 × 5 (qui est égal à la moitié de 19 × 10). Les justifications peuvent être fournies sous d'autres formes que celles-ci : oralement, par une suite de calculs écrits, par un arbre de calcul, par une écriture utilisant des parenthèses… L'explicitation et l'analyse, par les élèves, des raisonnements utilisés constituent un moment important de cet apprentissage. Les élèves traduisent souvent des calculs enchaînés par des expressions telles que 15 × 11 = 15 x 10 = 150 + 15 = 165. Erronées du point de vue de la signification donnée au symbole = en mathématiques, ces écritures reflètent cependant une procédure correcte qui doit être reconnue comme telle. L'expression erronée peut être corrigée sous l'une des formes envisagées ci-dessus (suite d'égalités comme : 15 × 10 = 150, 150 + 15 = 165 ; arbre de calcul, écriture avec parenthèses : 15 × 11 = (15 × 10) + 15 = 150 + 15 = 165).
– Organiser et effectuer mentalement ou avec l'aide de l'écrit, sur des nombres entiers, un calcul de division en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Exemples de calculs : Dans le cas d'une division exacte, 65 : 5 = (50 : 5) + (15 : 5) = 13. Pour le calcul du quotient entier et du reste de 127 par 15, on peut essayer d'atteindre 127 en additionnant des multiples simples de 15 : « 2 fois 15, c'est 30, 4 fois 15 c'est 60, 8 fois 15, c'est 120, donc le quotient est 8 et le reste est 7». Ce type de calcul, qui s'appuie implicitement sur l'égalité fondamentale de la division euclidienne (a = bq + r, avec r < b), sera repris au collège. Il fait donc l'objet d'une première approche.
– Organiser et effectuer des calculs du type 1,5 + 0,5 ; 2,8 + 0,2 ; 1,5 × 2 ; 0,5 × 3, en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Pour le calcul mental, on se limite à des nombres décimaux simples et on peut exploiter des erreurs du type 0,5 × 3 = 0,15 pour revenir sur la signification des écritures décimales. L'apprentissage organisé du calcul sur les fractions relève du collège. Cependant, en prenant appui sur la signification donnée aux écritures fractionnaires, les élèves peuvent être confrontés, en situation, à des calculs comme $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$;

	$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$; $1+\frac{1}{3}$; $2-\frac{1}{3}$ ou être conduits à décomposer quelques fractions en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, par exemple : $\frac{25}{10}=2+\frac{5}{10}=2+\frac{1}{2}$ ou $\frac{25}{10}=3-\frac{5}{10}=3-\frac{1}{2}$. Toute référence à des procédures expertes de calcul sur les fractions est prématurée au cycle 3.
– Évaluer un ordre de grandeur d'un résultat, en utilisant un calcul approché. **– Évaluer le nombre de chiffres d'un quotient entier.**	Le travail sur le calcul approché commence au cycle 3 et sera poursuivi au collège. Il peut être utilisé, soit en résolution de problèmes pour prévoir un ordre de grandeur des réponses, soit pour contrôler le résultat d'un calcul posé par écrit ou effectué avec une machine. Les élèves devront prendre conscience que les approximations de nombres n'ont pas un caractère systématique, mais doivent être adaptées aux nombres en présence ou à la précision recherchée. Ainsi, 427 peut être arrondi à 430 s'il est ajouté à 64 (lui-même arrondi à 60), mais il peut également l'être à 400 s'il est ajouté à 2 615 (lui-même arrondi à 2 600). D'autres choix auraient d'ailleurs pu être faits pour avoir une approximation du résultat.
– Développer des moyens de contrôle des calculs instrumentés : chiffre des unités, nombre de chiffres (en particulier pour un quotient entier), calcul approché, etc.	Les différents moyens de contrôler le résultat d'un calcul doivent être fréquemment sollicités. En particulier, les élèves sont entraînés à encadrer le quotient de deux entiers par des puissances de 10. Par exemple, le quotient de 2 783 par 57 est compris entre 10 et 100, car : $57 \times 10 < 2\,783 < 57 \times 100$.
– Savoir trouver mentalement le résultat numérique d'un problème à données simples.	La résolution mentale de problèmes constitue une aide à la construction du sens des opérations. En effet, lorsque la résolution met en œuvre des nombres et des calculs bien maîtrisés, les élèves peuvent concentrer leur attention sur les raisonnement nécessaires à cette résolution. Par ailleurs, un essai de résolution mentale d'un problème en remplaçant certaines données par des données plus petites permet parfois de mieux envisager les traitements appropriés à mettre en œuvre.

Calcul instrumenté

Compétences	Commentaires
– Utiliser à bon escient sa calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu.	Cette compétence est inséparable de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une meilleure autonomie grâce à l'outil calculatrice, qui lui offre la possibilité de centrer davantage son attention sur l'organisation des calculs à mettre en place et offre l'occasion de faire des expériences multiples. Le résultat affiché par la calculatrice nécessite souvent une interprétation, notamment lorsque s'affichent de nombreuses décimales : il faut alors déterminer quels sont les chiffres significatifs de la partie décimale, en référence au contexte. Le recours à une calculatrice dans le cadre de la résolution d'un problème doit faire l'objet d'un apprentissage : interrogation sur la pertinence de son utilisation, réflexion sur la suite des calculs à effectuer, sur la nécessité de noter des résultats intermédiaires et leur signification.
– Utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers	En situation de résolution de problèmes, la calculatrice peut également être utilisée pour obtenir le produit de deux nombres décimaux. Cela suppose que l'élève a préalablement reconnu que le problème

ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou le produit d'un nombre décimal par un entier ou d'un entier par un décimal.	relevait d'un tel calcul, ce qui constitue la difficulté principale et devra être encore travaillé au collège. Le plus souvent, ce type de problème est résolu soit en utilisant des procédures personnelles, soit en fournissant un encadrement du résultat. Par exemple, pour calculer le prix de 3,250 kg de mandarines à 2 euros le kg, on peut additionner le prix de 3 kg et celui de 250 g ou d'un quart de kg.
– Utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier.	Dans le cas de la division, on s'intéresse en particulier aux méthodes utilisables pour obtenir, avec une calculatrice ordinaire, le quotient et le reste de la division euclidienne de deux nombres entiers. Par exemple, pour 456 divisé par 25, la calculatrice affiche 18,24. La partie entière du nombre affiché fournit directement le quotient (18), et le reste peut être obtenu par le calcul suivant : $456 - (18 \times 25)$; il peut l'être aussi par le calcul du produit $0{,}24 \times 25$, mais cette procédure ne sera pas favorisée à l'école primaire (elle ne donne pas toujours un résultat exact). À cette occasion, une première distinction peut être faite entre quotient entier issu de la division euclidienne et quotients décimaux (exacts ou approchés), à l'occasion de la résolution simultanée de problèmes qui permettent de leur donner du sens, par exemple : *« Quelle est la part d'une personne dans le partage équitable de 258 objets entre 12 personnes ? »* ou *« Quelle est la longueur d'un morceau de ruban de 258 cm partagé en 12 morceaux de même longueur ? »*.
– Connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches opérations, touches mémoires, touches parenthèses, facteur constant.	La diversité des calculatrices qui existent dans la classe peut être l'occasion de comparaisons intéressantes, chaque élève étant invité à construire un mode d'emploi de son propre modèle. Celles qui comportent un écran avec deux lignes d'affichage sont particulièrement intéressantes car elles permettent d'afficher en même temps calcul et résultat. Le travail avec calculatrices donne également l'occasion d'approfondir la compréhension des écritures numériques comportant des parenthèses. Ainsi, avec une calculatrice ordinaire (sans touches « parenthèses »), il n'est pas possible de calculer directement une expression comme $(563 \times 78) - (406 \times 24)$: il faut soit noter des résultats intermédiaires, soit utiliser les touches « mémoires ».